

Урок 2

Формула коренів квадратного рівняння.

Підручник - Мерзляк "Алгебра, 8 клас", 2021 р.

Відповіді домашнього завдання:

№ 593 1) $-x^2 - 2x + 1,6 = 0$;	2) $2x^2 + 2 = 0$
----------------------------------	-------------------

№ 597 1) $x^2 - 12x - 18 = 0$;	2) $x^2 - 5x + 4 = 0$;	3) $x^2 + 1/3 x + 2/3 = 0$
---------------------------------	-------------------------	----------------------------

№ 602

1) 0; -7	2) 0; 5,5;	3) $\sqrt{2}; -\sqrt{2}$	4) 0.
----------	------------	--------------------------	-------

№ 604 1) 0; 2	2) $\sqrt{7}; -\sqrt{7}$
---------------	--------------------------

№ 611 1) $n = 6,5$	2) $n = -24$
--------------------	--------------

Квадратне рівняння, старший член якого дорівнює 1, є зведеним.


Наприклад, $x^2 - 7x + 10 = 0$ — зведене квадратне рівняння, оскільки $a = 1$.

Перетвори подане квадратне рівняння на зведене, поділивши обидві його частини на старший коефіцієнт. Запиши отримане рівняння.

а) $2x^2 - 6x + 10 = 0$: _____

б) $3x^2 - 3x + 12 = 0$: _____

в) $5x^2 - x + 2 = 0$: _____

Для розв'язування квадратних рівнянь застосовують спосіб виділення повного квадрата. Розглянемо цей спосіб за зразками. 

Зразок 1: $x^2 + 2x - 3 = 0$.

Перетворимо це рівняння в такий спосіб:

$$x^2 + 2x = 3;$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1;$$

$$(x + 1)^2 = 4;$$

$$x + 1 = 2 \text{ або } x + 1 = -2,$$

$$\text{звідси } x_1 = 1, x_2 = -3.$$

Розв'язуючи рівняння $x^2 + 2x - 3 = 0$, ми перетворили його в такий спосіб, що в лівій частині отримали квадрат двочлена $(x + 1)^2$, а права частина не містить невідомого.

Розв'язування квадратного рівняння способом виділення квадрата двочлена часто призводить до громіздких перетворень. Тож використовують певну формулу коренів.

Формула коренів квадратного рівняння

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

5. Запиши відповідь.

Розглянь зразок розв'язування квадратних рівнянь за поданим алгоритмом.

Зразок: $3x^2 + 8x - 3 = 0$.

1) $a = 3, b = 8, c = -2$.

2) $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 64 + 24 = 88 > 0$, два корені.

3) $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{88}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{22}}{6}$.

4) $x_1 = \frac{-8+10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{-8-10}{6} = \frac{-18}{6} = -3$.

Відповідь: $-3; \frac{1}{3}$.

Розв'яжемо разом рівняння:

$$-3x^2 - 4x - 8 = 0.$$

1) $a = -3, b = -4, c = -8$.

2) $D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-8) = 16 - 96 = -80 < 0$ - коренів немає.

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$;

1) $a = 1, b = -8, c = 15$.

2) $D = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4 > 0$ - 2 корені

3) $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2}$

4) $x_1 = \frac{8+2}{2} = 5$;

$x_2 = \frac{8-2}{2} = 3$.

Відповідь: $3; 5$.

Виконай самостійно:

№ 634

6) $x^2 - 6x - 7 = 0$;

7) $x^2 - 8x + 12 = 0$;

8) $x^2 + 7x + 6 = 0$;

9) $-x^2 + 6x + 55 = 0$;

10) $2x^2 - 3x - 2 = 0$;

16) $3x^2 - 10x + 3 = 0$;

17) $-3x^2 + 7x + 6 = 0$;

18) $x^2 - 4x + 1 = 0$;

19) $2x^2 - x - 4 = 0$;

20) $x^2 - 8x + 20 = 0$.

Виконаємо разом № 638 (6)

$$6) (2x - 1)(2x + 1) - x(1 - x) = 2x(x + 1).$$

Спочатку зведемо дане рівняння до квадратного. Для цього розкриємо дужки та перенесемо все з правої частини рівняння в ліву:

$$\begin{aligned}4x^2 - 1 - x + x^2 &= 2x^2 + 2x \\5x^2 - 2x^2 - x - 2x - 1 &= 0 \\3x^2 - 3x - 1 &= 0\end{aligned}$$

Розв'яжемо квадратне рівняння, застосувавши формулу коренів квадратного рівняння:

$$\begin{aligned}a &= 3, b = -3, c = -1 \\D &= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 9 + 12 = 21 \\ \sqrt{D} &= \sqrt{21} \\x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\x_1 &= \frac{3 + \sqrt{21}}{6}; \quad x_2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{6}.\end{aligned}$$

Відповідь: $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}$.

Розв'яжемо задачу за допомогою рівняння:

641.° Знайдіть периметр прямокутника, площа якого дорівнює 70 см^2 , а одна зі сторін на 9 см більша за другу.

Нехай одна сторона прямокутника дорівнює $x \text{ см}$, тоді друга - $(x + 9) \text{ см}$.

Маємо рівняння:

$$x(x + 9) = 70.$$

Розв'яжемо дане рівняння:

$$\begin{aligned}x^2 + 9x - 70 &= 0 \\D &= 9^2 - 4 \cdot (-70) = 81 + 280 = 361, \quad \sqrt{D} = \sqrt{361} = 19 \\x_1 &= \frac{-9 + 19}{2} = 5; \quad x_2 = \frac{-9 - 19}{2} = -14.\end{aligned}$$

Другий корінь не задовільняє умові задачі, оскільки сторона прямокутника не може бути від'ємним числом.

Отже, сторона прямокутника дорівнює 5 (см) , тоді друга сторона дорівнює $5 + 9 = 14 \text{ (см)}$.

Знайдемо периметр прямокутника:

$$P = 2 \cdot (5 + 14) = 38 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 38 см .

Розв'яжи № 643 самостійно.

Виконай вправу

[Формула дискримінанта квадратного рівняння.](#)

Домашнє завдання:

Опрацювати параграф 3 п. 19, виконати № 635, 642.

Додаткове завдання:

Заповни таблицю за зразком.

№	Рівняння $ax^2 + bx + c = 0$	Дискримінант $D = b^2 - 4ac$	Кількість коренів
<input type="radio"/> 1	$x^2 - 10x - 24 = 0$	$D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 196 > 0$	2 корені
<input type="radio"/> 2	$x^2 + 8x - 1 = 0$		
<input type="radio"/> 3	$x^2 - 2x + 5 = 0$		
<input type="radio"/> 4	$x^2 + 7x - 1 = 0$		
<input type="radio"/> 5	$x^2 - 3x + 5 = 0$		
<input type="radio"/> 6	$x^2 + 7x - 18 = 0$		
<input type="radio"/> 7	$x^2 + x + 6 = 0$		
<input type="radio"/> 8	$x^2 - x - 3 = 0$		
<input type="radio"/> 9	$4x^2 - 12x + 9 = 0$		
<input type="radio"/> 10	$2x^2 + 3x - 9 = 0$		